

文章编号:1006-3080(2016)03-0382-05

DOI:10.14135/j.cnki.1006-3080.2016.03.014

## 一种基于压缩感知的时变稀疏信道估计方法

马时雨, 袁伟娜, 王建玲

(华东理工大学信息科学与工程学院, 上海 200237)

**摘要:**对于快时变且稀疏环境下的正交频分复用(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)系统模型, 现有的方法是基于基扩展模型(Basic Expansion Model, BEM)进行估计, 并利用恒定幅值零自相关(Constant Amplitude Zero Auto Correlation, CAZAC)序列估计时延。本文利用信道响应中稀疏的观测矩阵, 用压缩感知(Compress Sensing, CS)的正交匹配跟踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)算法进行时延估计。仿真结果表明, 两种方法都能对时延进行有效的筛选, 但当多普勒频移增大、信噪比较低时, 本文将 OMP、BEM 相结合的方法效果较优。

**关键词:**信道估计; 基扩展模型; 稀疏; CAZAC 序列; 压缩感知

**中图分类号:** TN929.5

**文献标志码:** A

### A Novel Time-Varying and Sparse Channel Estimation Based on Compress Sensing

MA Shi-yu, YUAN Wei-na, WANG Jian-ling

(School of Information Science and Engineering, East China University of  
Science and Technology, Shanghai 200237, China)

**Abstract:** In fast-varying and sparse orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) system model, the existing methods utilize basic expansion model to estimation and use constant amplitude zero auto correlation (CAZAC) sequence to detect delays. By means of the channel's sparse response matrix, this paper proposes a compress sensing (CS) method for detecting delays via orthogonal matching pursuit (OMP). Simulation results show that both CAZAC and OMP methods can improve the effectiveness of channel estimation. However, when Doppler shift is increasing, the proposed method can attain better performance.

**Key words:** channel estimation; BEM; sparse; CAZAC sequence; compress sensing

OFDM 技术充分利用子载波之间的正交性, 提高了频带的利用率, 成为移动 WiMAX、WAVE、DVB-T/T2 等标准中的关键技术<sup>[1]</sup>。近年来, 随着移动通信的普及和高速铁路的发展, 快速移动的场景区越来越常见。而在这种环境下, 由于多普勒效应的影响, 信道响应会呈现快时变的特性。对此, 基

于基扩展模型(BEM)的信道估计<sup>[2-3]</sup>能较好地满足快时变的环境。然而在更复杂的稀疏信道中, 仅利用 BEM 会存在很多问题, 这是因为 BEM 估计都是把信道时延看作是密集地集中在前  $L$  径, 这种假设在信道稀疏时不再成立。

已有许多学者进行过稀疏环境下的信道估计

收稿日期: 2015-09-25

基金项目: 国家自然科学基金(61501187)

作者简介: 马时雨(1992-), 男, 硕士生, 研究方向为信道估计。E-mail: 353350024@qq.com

通信联系人: 袁伟娜, E-mail: wnyuan@ecust.edu.cn

研究<sup>[4-5]</sup>,其中比较有效的是用 CAZAC 序列对时延进行估计<sup>[6]</sup>。此外,随着压缩感知的提出,在解决稀疏问题上有了更多方法<sup>[7-9]</sup>,但基本上都被利用在慢时变的信道环境中。一些国内文献<sup>[10-11]</sup>利用信道的稀疏性对慢时变信道进行信道估计。为了应对更复杂的情况,本文利用 CS 中的 OMP 算法对稀疏的信道响应矩阵进行有效时延估计,再与 BEM 相结合,既提高了时延估计的准确性,同时也兼顾了快时变的信道模型。

## 1 稀疏环境下的 BEM 估计

### 1.1 利用 BEM 进行信道估计

OFDM 系统的时变多径模型表示如下:

$$y(n) = \sum_{l=0}^{L-1} h(l, n)x(n-l) + w(n) \quad (1)$$

其中: $x, y$  分别为发送与接收的符号; $L$  为信道的总径数,一般来说等于  $\tau_{\max}/T_s$ ,  $T_s$  为采样间隔,  $\tau_{\max}$  为最大时延; $h(l, n)$  为第  $l$  径在第  $n$  个时间间隔的信道响应; $w(n)$  为高斯白噪声。在快时变信道中,利用 BEM 拟合  $h(l, n)$  的时变性,利用一组基以及不同的系数去拟合时变的信道响应,表示如下:

$$h(l, n) = \sum_{q=0}^Q g_{q,l} b_q(n), n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2)$$

其中: $Q+1$  为 BEM 基的阶数; $b_q(n)$  是一组数量为  $Q+1$  的正交基; $g_{q,l}$  为第  $q$  个基在第  $l$  径时的系数,

式(2)的矩阵形式如下:

$$\mathbf{h}(l, n) = \mathbf{G}_{L(Q+1)} \cdot \mathbf{B}_{(Q+1)N} \quad (3)$$

$\mathbf{G}_{L(Q+1)}$  中每一行对应每一径的  $Q+1$  个系数,  $\mathbf{B}_{(Q+1)N}$  中每一行都是每个系数对应的一组基。在 BEM 中,  $\mathbf{B}_{(Q+1)N}$  是一组提前确定的基,所以在估计  $\mathbf{h}(l, n)$  时,需要估计的参数的数量从  $L \times N$  降到了  $L \times (Q+1)$ 。

利用 BEM 的模型,接收信号在频域上可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \mathbf{F}(\mathbf{h}\mathbf{x} + \mathbf{w}) = \mathbf{F}\mathbf{h}\mathbf{F}^H\mathbf{X} + \mathbf{F}\mathbf{w} = \\ &= \mathbf{F}\left(\sum_{q=0}^Q \mathbf{G}_q \mathbf{B}_q\right)\mathbf{F}^H\mathbf{X} + \mathbf{F}\mathbf{w} = \\ &= \sum_{q=0}^Q \mathbf{F}\mathbf{B}_q \mathbf{F}^H \text{diag}\{\mathbf{X}\} \mathbf{F}_L \mathbf{g}_q + \mathbf{W} = \\ &= [\Delta_0, \Delta_1, \dots, \Delta_Q][\mathbf{I}_{Q+1} \otimes \\ &= (\text{diag}\{\mathbf{X}\} \mathbf{F}_L)]\mathbf{g} + \mathbf{W} \end{aligned} \quad (4)$$

其中: $\mathbf{G}_q = \mathbf{F}\mathbf{g}_q$ ;  $\mathbf{B}_q = \mathbf{F}\mathbf{b}_q$ ,  $\mathbf{b}_q$  为第  $q$  组正交基; $\mathbf{g}_q = [g_{q,0}, g_{q,1}, \dots, g_{q,L-1}]^T$  为第  $q$  组系数; $\Delta_q = \mathbf{F}\mathbf{B}_q \mathbf{F}^H$ ;  $\mathbf{g} = [g_{1,0} \dots g_{1,L-1}, g_{2,0} \dots g_{2,L-1}, g_{3,0} \dots g_{3,L-1} \dots \dots g_{Q,0} \dots g_{Q,L-1}]^T$  为总的系数向量; $\mathbf{F}_L$  为傅里叶变化系数矩阵  $\mathbf{F}$  的前  $L$  列; $\mathbf{I}_{Q+1}$  为  $(Q+1) \times (Q+1)$  的单位矩阵。那么在已知  $\mathbf{B}_{(Q+1)N}$  下求解  $\mathbf{h}(l, n)$  就变成了求解系数向量  $\mathbf{g}$ 。

利用导频辅助的方法可以有效地估计系数向量。设  $\mathbf{Y}(p)$  表示导频位置的接收信号,将式(4)中的所有信号表示成导频处的信号,见式(5)。

$$\mathbf{Y}(p) = \overbrace{[\Delta_0(p, p), \Delta_1(p, p), \dots, \Delta_Q(p, p)] [\mathbf{I}_{Q+1} \otimes (\text{diag}\{\mathbf{X}(p)\} \mathbf{F}_L(p, :))] \mathbf{g}}^{\text{第1项}} + \underbrace{[\Delta_0(p, d), \Delta_1(p, d), \dots, \Delta_Q(p, d)] [\mathbf{I}_{Q+1} \otimes (\text{diag}\{\mathbf{X}(d)\} \mathbf{F}_L(p, :))] \mathbf{g}}_{\text{第2项}} + \underbrace{\mathbf{W}(p)}_{\text{第3项}} \quad (5)$$

式中: $p$  表示导频子载波在一个符号中的位置; $d$  表示数据子载波在一个符号中的位置。由此,  $\Delta_q(p, p)$  ( $q \in [0, Q]$ ) 表示  $\Delta_q$  中由  $p$  对应的行和  $p$  对应的列组成的矩阵,那么式(5)中的第1项表示发射信号的导频子载波与接收信号的导频子载波之间的响应。而  $\Delta_q(p, d)$  ( $q \in [0, Q]$ ) 表示  $\Delta_q$  中由  $p$  对应的行和  $d$  对应的列组成的矩阵,那么式(5)中的第2项表示导频子载波与数据子载波之间的载波间干扰。式(5)中第3项表示其他干扰。

令  $[\Delta_0(p, p), \Delta_1(p, p), \dots, \Delta_Q(p, p)] \cdot [\mathbf{I}_{Q+1} \otimes (\text{diag}\{\mathbf{X}(p)\} \mathbf{F}_L(p, :))] = \mathbf{A}$ ,

$$\text{则 } \mathbf{Y}(p) = \mathbf{A}\mathbf{g} + \tilde{\mathbf{W}} \quad (6)$$

对  $\mathbf{g}$  进行 LS 估计可以得到

$$\hat{\mathbf{g}}_{\text{LS}} = (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{Y}(p) \quad (7)$$

再将  $\hat{\mathbf{g}}_{\text{LS}}$  转换成  $L \times (Q+1)$  的矩阵,那么估计的信道响应为

$$\hat{\mathbf{h}}(l, n) = \hat{\mathbf{G}}_{L(Q+1)} \times \mathbf{B}_{(Q+1)N} \quad (8)$$

### 1.2 直接利用 BEM 时存在的问题

直接利用 BEM 对 OFDM 建模进行的时变信道估计与传统的信道估计相同,都将信道时延看作采样间隔的整数倍,且取全部  $L$  个时延抽头作为待估计的信道径数,然而实际中有很多情况与此不符。根据 IEEE 802.15.4a 中提供的移动山区信道参数(表1),其主要的7个时延抽头非常分散,如果按照 BEM 方法,需要估计的径数远大于7。在这些情况下,信道模型可以被视为稀疏的,即信道时延的分布是分散的,主要由几个信道增益较大的径组成,其他的低于一定阈值近似为零。

假如其中只有  $L_m$  径为主要的时延,利用 1.1 节中的估计方法,对时延有两种做法,一是只估计前  $L_m$  径,二是估计全部  $L$  径。前者的问题是准确性很低,尤其是当时延间隔较大,大部分时延不在前  $L_m$  径内时;后者的问题是增加大量的导频。为了解决这一问题,一种可行的方法是在进行 BEM 估计前进行主时延的预估计,再在 BEM 估计中利用得到的主时延进行系数估计。

表 1 移动山区信道参数

Tap	Shift/ $\mu\text{s}$	Power/dB
1	0	-3.6
2	0.528	-11.5
3	0.530	-11.8
4	0.609	-12.7
5	16.882	-26.2
6	17.615	-29.1
7	18.016	-30.7

## 2 已有的基于 CAZAC 序列时延预估计

因为 CAZAC 有恒定的包络,且有很好的自相关性,所以常被用于信号的同步中<sup>[12]</sup>。其性质表示如下:

$$R(\tau) = \sum_{n=0}^N xc(n)xc^*(n-l) = \begin{cases} N, & l \bmod N = 0 \\ 0, & l \bmod N \neq 0 \end{cases} \quad (9)$$

其中:  $xc(n)$  为 CAZAC 序列;  $l(l \neq Nn, n$  为整数,  $N$  为导频的长度) 为位移。将 CAZAC 序列  $xc(n)$  用于导频后,忽略噪声,导频处的接收序列为

$$y_c(n) = \sum_{l=0}^L h(n,l)xc(n-l), \quad L < \tau_{\max}/T_s \quad (10)$$

检查  $y_c(n)$  与  $xc(n)$  的自相关性,只有当  $l$  为主要时延时,  $R(\tau) = h_{n,l}N$ , 其余时延时,  $R(\tau) = 0$ , 由此可以筛选出主要时延。此外利用这种方法,为了能检测所有的时延,即可能存在  $l = \tau_{\max}/T - 1$ , 故 CAZAC 导频序列的长度必须满足  $L_p \geq \tau_{\max}/T$ 。在 BEM 估计前,将 CAZAC 序列  $\mathbf{X}_c$  作为导频序列发送后,接收端导频位置的信号为  $\mathbf{Y}_c$ , 计算

$$\text{con}(\text{delay}) = \text{abs}[\mathbf{X}_c^T \cdot \mathbf{Y}_c^*(n - \text{delay})], \quad \text{delay} \in [0, N-1] \quad (11)$$

在得到所有时延对应的卷积后,设定一个阈

值,选出所有卷积大于阈值的作为主时延,组成  $L\_delay$ 。在选择了  $L\_delay$  后,仍然采用式(5)~式(8)中的 BEM 估计方法,只是  $\mathbf{F}_L$  中的  $L$  不再对应前  $L$  列,而是  $L\_delay$  中时延对应的列数。如当  $L\_delay$  筛选出的为第 0、2、5、11、20 径时,对应的  $\mathbf{F}_L$  为  $\mathbf{F}$  的 1、3、6、12、21 列。利用 CAZAC 进行时延检测,设置信道的 5 个时延分别为采样间隔的 0、2、5、11、20 倍, SNR = 10 dB,  $f_d = 0.1$ , 筛选结果如图 1 所示。图中纵坐标为利用上述方法得到的各延时下发送信号与接收信号的归一化卷积值,横坐标为各时延对采样间隔的倍数,按照幅值大小可以准确地筛选出这 5 径。

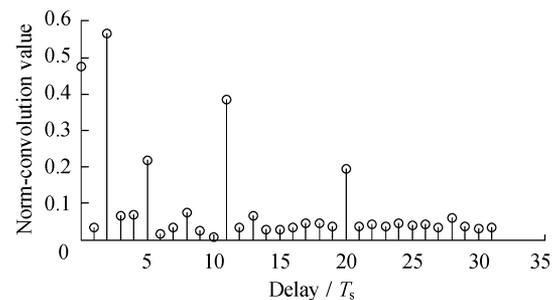


图 1 CAZAC 序列对时延的筛选

Fig. 1 Filter delays using CAZAC sequence

## 3 基于压缩感知的时延预估计

压缩感知理论出现后,给处理稀疏信号提供了另一种思路,本文提出了利用压缩感知方法代替 CAZAC 序列进行时延筛选的方法。

对于一个未知的信号  $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^N$ , 假如利用一个观测矩阵  $\Phi \in \mathbb{C}^{M \times N}$  去观测,可以表示如下:

$$\mathbf{Y} = \Phi \mathbf{X} + \mathbf{w} \quad (12)$$

得到的观测信号  $\mathbf{Y} \in \mathbb{C}^M$ , 其中  $\mathbf{w}$  为噪声。当  $M < N$  时,我们的目标就是利用压缩感知算法去重建  $\mathbf{X}$ , 与 CAZAC 方式一样采用导频辅助,发送信道中导频为  $\mathbf{X}_p$ , 接收的导频处信号为  $\mathbf{Y}_p$ , 频域的信道响应可以以为

$$\hat{\mathbf{H}}_p = \frac{\mathbf{Y}_p}{\mathbf{X}_p} = \mathbf{H}_{p,p} + \mathbf{I}_{p,m} + \mathbf{W} \quad (13)$$

其中:  $\mathbf{H}_{p,p}$  表示对应导频处的响应;  $\mathbf{I}_{p,m}$  为导频之间的载波干扰。  $\hat{\mathbf{H}}_p$  也写成

$$\hat{\mathbf{H}}_p = \Phi \mathbf{h} \quad (14)$$

其中:  $\Phi$  为  $P \times L$  矩阵,表示为  $\Phi_{p,l} = e^{-j(2\pi/N)P(p)l}$ ,  $P$  为导频的长度,  $L = \frac{\tau_{\max}}{T_s}$ , 一般来说  $L$  等于 CP 的长

度,  $P(p)$  表示第  $p$  个导频子载波在整个符号中对应的位置,  $l \in [0, L-1]$ ;  $\mathbf{h}$  是长度为  $L$  的向量。通过压缩感知希望从中找出主要的  $L\_delay$  值, 其中的值对应  $\Phi$  中的列。

本文利用的是正交匹配跟踪 (Orthogonal Matching Pursuit, OMP) 算法<sup>[13]</sup>。它的基本思想是初始化一个残差跟原始索引集, 每次迭代通过计算内积不断地找到与残差相关度最高的原子并更新索引集, 最后逐步逼近系数向量。为了找到  $L\_delay$  也就是对应的索引集, 利用以下 OMP 过程进行迭代:

(1) 初始化结果集  $\Phi_0 = []$ ;

(2) 求解  $t = \arg \max_{i \in \Gamma_\lambda} |\langle \phi_i, \hat{\mathbf{H}}_p \rangle|$ , 其中  $\phi_i$  为  $\hat{\mathbf{H}}_p$  中的列;

(3) 更新结果集  $\Phi_n = [\Phi_{n-1}, \phi_t]$ , 通过 LS 估计得到  $h_n = \arg \min_{h_n} \|\hat{\mathbf{H}}_p - \Phi_n h_n\|$ ;

(4) 计算残差得到  $\mathbf{r}_n = \hat{\mathbf{H}}_p - \Phi_n h_n$  并更新  $t = \arg \max_{i \in \Gamma_\lambda} |\langle \phi_i, \mathbf{r}_n \rangle|$ 。重复第 3 步和第 4 步直到残差小于阈值或  $\Phi_n$  的列数达到设定的值  $Lm$ 。

$\Phi$  中原有  $L$  列, 通过 OMP 的筛选得到的  $\Phi_n$  只有  $Lm$  列, 对应原来  $\Phi$  中的位置组成时延序列  $L\_delay$ 。同样, 利用 OMP 算法得到的  $L\_delay$  替代 BEM 算法中的  $\mathbf{F}_L$ 。如筛选结果  $Lm = 5$ ,  $L\_delay$  为 1, 3, 6, 12, 21 列, 那么  $\mathbf{F}_L$  就为  $\mathbf{F}$  的 1, 3, 6, 12, 21 列, 再利用式(5)~式(8)进行 BEM 的估计。

## 4 仿真实验

为了验证稀疏的信道环境下, 通过 CAZAC 或压缩感知算法对时延进行筛选再进行 BEM 估计可以提高信道估计的准确性, 同时为了比较 CAZAC 和压缩感知算法的性能差异, 进行了仿真实验。

在无任何筛选辅助的 BEM 估计中, 估计时假设时延为前 5 个时延。在 CAZAC 与 OMP 的方法中, 停止遍历的条件为筛选到 5 个时延。采用上述 3 种径数筛选方法进行仿真实验, 仿真结果如图 2、图 3 所示。参数设置如下: 子载波数 256; CP 长度 30; 导频长度 32; 采样间隔  $10 \times 10^{-6}$  s; 5 个时延, 分别为  $0, 10 \times 10^{-6}, 25 \times 10^{-6}, 55 \times 10^{-6}, 100 \times 10^{-6}$  s; BEM 基为 CE 基,  $b_q(n) = e^{j2\pi n(q-Q/2)/N}$ ; BEM 阶数  $Q+1=3$ ; CAZAC 序列  $c(n) = e^{2\pi(n^2/2+n)/N}$ 。

图 2 示出了当  $f_d$  (归一化多普勒频移) = 0.1, SNR (信噪比) 不同时, NMSE 的变化曲线。可以看

出, 随着 SNR 的增加, 不进行时延预筛选方案的 NMSE 减小缓慢。当  $\text{SNR} > 7$  dB 时, OMP 方案与 CAZAC 方案性能接近; 但当  $\text{SNR} < 7$  dB 时, OMP 方案性能优于 CAZAC, 且随着 SNR 减小, OMP 方案性能优势更明显。图 3 示出了当  $\text{SNR} = 10$ ,  $f_d$  不同时, NMSE 的变化曲线, 可以看出, 当  $f_d$  较小时, 两种方案性能接近, 但随着  $f_d$  增大, OMP 方案比 CAZAC 的优势逐渐增大。

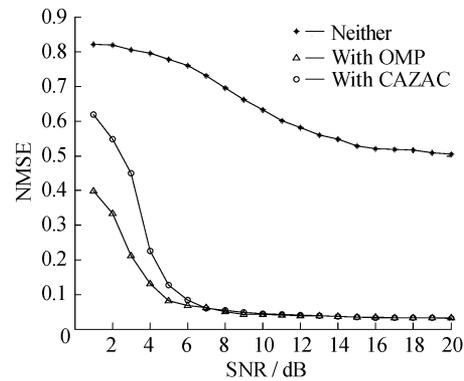


图 2  $f_d = 0.1$ , SNR 增大时, 3 种方法对应的 NMSE 变化  
Fig. 2 Changing NMSE in three algorithms under  $f_d = 0.1$  and increasing SNR

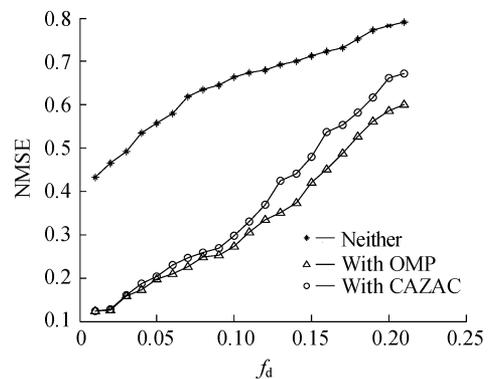


图 3  $\text{SNR} = 10$  dB,  $f_d$  增大时, 3 种方法对应的 NMSE 变化  
Fig. 3 Changing NMSE in three algorithms under  $\text{SNR} = 10$  dB and increasing  $f_d$

## 5 结束语

为了解决在稀疏环境中 BEM 信道估计效果变差的问题, 从 BEM 估计前对时延进行筛选的角度出发, 研究了已有的利用 CAZAC 序列作为导频对时延进行筛选。此外, 利用压缩感知中的 OMP 算法对时延进行预筛选的方法, 通过仿真实验验证了后者对 BEM 的估计效果有更大的改善。对于 CAZAC 方法, 每次对导频的估计需要遍历所有时延分别进行卷积, 其复杂度为  $O(L)$ ,  $L$  为所有可能

的时延。而在OMP中每次筛选出一径后,需要对剩余径数再次遍历,重复至筛选结束,其复杂度为 $Lm \times O(L)$ , $L$ 为有效的时延数。尽管OMP算法复杂度高于CAZAC,但因为CAZAC导频本身作为数据进行传输会受到干扰,当ICI增大时,导频处的能量会向附近的载波分散,从而在进行时延筛选时会产生偏差。而本文提出的利用OMP算法进行时延预筛选的方法有更好的鲁棒性,在多普勒频移增大以及信噪比较低的恶劣信道环境中有更好的性能。

#### 参考文献:

- [1] TANG Zhijian, CANNIZZARO R C, LEUS G. Pilot assisted time varying channel estimation for OFDM systems[J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 2007, 55(5): 2226-2238.
- [2] TSATSANIS M K, GIANNAKIS G B. Modeling and equalization of rapidly fading channels [J]. International Journal of Adaptive Control Signal Process, 1996, 10(2): 159-176.
- [3] LEUS G. On the estimation of rapidly time-varying channels [C]//European Signal Processing Conference. Vienna: EURASIP, 2004: 227-230.
- [4] WU C J, LIN D W. Sparse channel estimation for OFDM transmission based on representative subspace fitting [C]//2005 IEEE 61st Vehicular Technology Conference 2005. Stockholm, Sweden: IEEE, 2005: 23-31.
- [5] RAGHAVENDRA M R, GIRIDHAR K. Improving channel estimation in OFDM systems for sparse multipath channels [J]. IEEE Signal Process Letters, 2005, 12(1): 52-55.
- [6] HRYCAK T, DAS S, MATZ D. Inverse method of reconstruction of channel taps in OFDM systems[J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 2012, 60(5): 2261-2271.
- [7] CANDES E J, ROMBERG J, TAO T. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(2): 489-509.
- [8] BAJWA W U, HAUPT J, RAZ G. Compressed channel sensing: A new approach to estimating sparse multipath channels[J]. Proceedings of the IEEE, 2010, 98(6): 1058-1076.
- [9] BERGER C R, WANG Zhaohui, HUANG Jianzhong. Application of compressive sensing to sparse channel estimation[J]. IEEE Communications Magazine, 2010, 48(11): 164-174.
- [10] 肖小潮, 郑宝玉, 王臣昊. 基于最优观测矩阵的压缩信道感知[J]. 信号处理, 2012, 28(1): 12-23.
- [11] 何雪云, 宋荣方, 周克琴. 基于压缩感知的OFDM系统稀疏信道估计新方法研究[J]. 南京邮电大学学报, 2010, 30(2): 14-15.
- [12] MENG Jingbo, KANG Guihua. A novel OFDM synchronization algorithm based on CAZAC sequence [C]//2010 International Conference Computer Application and System Modeling (ICCA SM). Taiyuan: IEEE, 2010: 634-637.
- [13] BERGER C R, ZHOU Shengli, PREISIG J C. Sparse channel estimation for multicarrier underwater acoustic communication: From subspace method to compressed sensing[J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 2010, 58(3): 1708-1721.

欢迎订阅

《华东理工大学学报(自然科学版)》

地址:上海市梅陇路130号436信箱 邮编:200237

邮发代号:4-382